ACCADEMIA AERONAUTICA - Preparazione Prova orale di Matematica

Esercitazione n. 1:

Determinare l'equazione segmentaria della retta r passante per il punto P (2; -1) e perpendicolare alla retta s di equazione 2x - 4y + 5 = 0.

RISOLUZIONE:

Per risolvere il quesito dobbiamo **determinare** nell'ordine:

1. **Coefficiente angolare della retta s**
2. **Coefficiente angolare della retta r**
3. **Equazione della retta r in forma esplicita**
4. **Intersezioni della retta r con gli assi coordinati x ed y**
5. **Equazione segmentaria della retta r**

PUNTO 1.

Conoscendo l'equazione della **retta s** in forma implicita, possiamo ricavare il suo **coefficiente angolare**:

$$2x - 4y + 5 = 0$$

$$\downarrow$$

$$m_s = -\frac{2}{-4}$$

$$\downarrow$$

$$m_s = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Equazione generale della retta in forma implicita:

$$ax + by + c = 0$$

Coefficiente angolare:

$$\boldsymbol{m} = -\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$$

*Semplifichiamo la frazione **dividendo numeratore e denominatore per -2***

PUNTO 2.

Possiamo ora calcolare il **coefficiente angolare della retta r**, sapendo che essa è perpendicolare alla retta s (i coefficienti angolari delle due rette sono uno l'anti-reciproco dell'altro):

$$\mathrm{m_r} = -\frac{1}{\mathrm{m_s}}$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{m_r} = -\frac{1}{\frac{1}{2}}$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{m_r} = \boxed{-2}$$

Due rette r ed r' sono perpendicolari se e solo se il prodotto dei loro coefficienti angolari è uguale a -1:

$$m \bullet m' = -1$$

Dalla relazione precedente si ricava:

$$\boldsymbol{m' = -\frac{1}{m}}$$

PUNTO 3.

Determiniamo l'**equazione della retta r in forma esplicita**, sapendo che essa passa per il punto P (2; -1) ed ha coefficiente angolare m_r = -2:

$$\mathrm{y - y_P = m_r \bullet (x - x_P)}$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{y + 1 = (-2) \bullet (x - 2)}$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{y = -\,2x + 4 - 1}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\mathrm{y = -\,2x + 3}}$$

Equazione del fascio proprio di rette di centro P (x_0; y_0):

$$\boldsymbol{y - y_0 = m \bullet (x - x_0)}$$

Al variare di m si ottengono tutte le rette del fascio passanti per P, tranne la parallela all'asse y, che ha equazione $x = x_0$.

PUNTO 4.

Troviamo il **punto di intersezione della retta r con l'asse x** (y = 0):

Le coordinate x ed y del ***punto di intersezione*** *tra due rette possono essere determinate* ***mettendo a sistema le equazioni delle rette:*** *i valori calcolati di x ed y devono infatti soddisfare entrambe le equazioni.*

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

Si sostituisce il ***valore 0 al posto della y*** *nella prima equazione*

$$\begin{cases} 0 = -2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

La retta r interseca quindi l'asse x nel punto $\boxed{A\left(\frac{3}{2};\ 0\right)}$

Con procedimento analogo troviamo il **punto di intersezione della retta r con l'asse y** (x = 0):

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

Si sostituisce il ***valore 0 al posto della x*** *nella prima equazione*

$$\begin{cases} y = 0 + 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

La retta r interseca quindi l'asse y nel punto $\boxed{B\ (0;\ 3)}$

PUNTO 5.

L'**equazione segmentaria di una retta** (non parallela ad uno degli assi coordinati e non passante per l'origine) ha la seguente forma:

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$$

Dove **p** è l'ascissa del punto di intersezione della retta con l'asse x, mentre **q** è l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse y.

Avendo già trovato i punti di intersezione della retta r con gli assi coordinati, si ricavano i **valori di p e q**:

$$A\left(\frac{3}{2};\,0\right) \qquad B\,(0;\,3)$$

$$\downarrow$$

$$p=\frac{3}{2} \qquad q=3$$

Possiamo quindi scrivere l'**equazione segmentaria della retta r**:

$$\boxed{\frac{x}{\frac{3}{2}}+\frac{y}{3}=1}$$